

ข้อสอบ midterm วิชา scpy 351 Vibrations Waves and Optics

วันที่ 16 ตุลาคม พ.ศ. 2561 เวลา 9.00 – 12.00 น.

ข้อสอบมีทั้งหมด 7 ข้อ คะแนนรวม 75 คะแนน

1. สปริงความยาว ℓ ค่า stiffness s ผูกติดกับมวล M ที่ปลายด้านหนึ่ง ในขณะที่ปลายอีกข้างหนึ่งของสปริงตรึงแน่นกับเพดาน กำหนดให้สปริงมีมวล m และความเร็วของส่วนความยาวย่อยสปริง dy แปรตามระยะทาง y วัดจากปลายของสปริงที่ตรึงแน่น

1.1 (2 คะแนน) จงแสดงให้เห็นว่า kinetic energy ของส่วนความยาวย่อยสปริงความยาว dy เขียนได้เป็น

$$\frac{1}{2} \left(\frac{m}{\ell} dy \right) \left(\frac{y}{\ell} v \right)^2 \text{ เมื่อ } v \text{ คือ ความเร็วของมวล } M \text{ และมวลของสปริงมีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ}$$

1.2 (2 คะแนน) จงหา total kinetic energy ของสปริง

1.3 (4 คะแนน) โดยอาศัย total energy ของ oscillating system จงแสดงให้เห็นว่า oscillating frequency เขียนได้เป็น

$$\omega^2 = \frac{s}{M + m/3}$$

1.4 (2 คะแนน) อธิบายความหมายของผลการคำนวณ oscillating frequency ที่ได้ใน 1.3

2. (3 คะแนน) กำหนดให้ความถี่ของ damped harmonic oscillator เป็น 100 Hz และ อัตราส่วนระหว่าง amplitude ของการสั่นที่เกิดขึ้นติดกันมีค่าเป็น $1/2$ จงหา undamped frequency ของ oscillator นี้

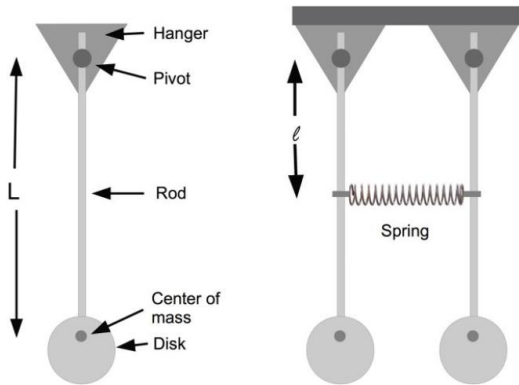
3. มวล m เคลื่อนที่ตามแนวแกน x โดยมีแรงกระทำประกอบด้วย restoring force ที่เขียนได้เป็น $(17/2)\beta^2 mx$ retarding force ที่เขียนได้เป็น $3\beta mx$ และ driving force ที่เขียนได้เป็น $mA \cos \omega t$ เมื่อ x คือระยะทางที่วัดจากตำแหน่งสมดุล β และ A เป็นค่าคงตัว จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 (5 คะแนน) ค่า angular frequency ω สำหรับ steady-state oscillation ที่ทำให้เกิด maximum displacement x_{\max} เป็นเท่าใด

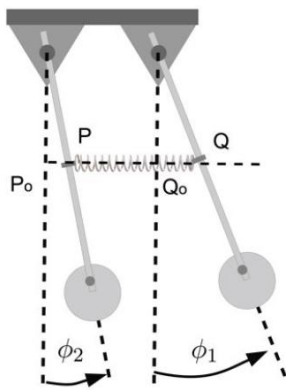
3.2 (2 คะแนน) จงหาค่า maximum displacement x_{\max}

4. พิจารณาการเคลื่อนที่ของ coupled pendula ที่เหมือนกันทุกอย่าง

https://repo.iitbhu.ac.in/db/2016/ir-2016-382/Coupled_Pendula_reduced.pdf



รูปที่ 1 (ซ้ายมือ) แสดง pendulum และ ส่วนประกอบต่าง ๆ (ขวามือ) แสดง coupled pendula ขณะอยู่ที่ตำแหน่งสมดุล โดยกำหนดให้ L คือความยาวของ rod จากจุดหมุน (pivot) ถึงตำแหน่งจุดศูนย์กลางของก้อนมวล m ในขณะที่ l เป็นระยะทางจากจุดหมุนถึงตำแหน่งที่ติดสปริงที่มีค่า stiffness s



รูปที่ 2 แสดง coupled pendula เมื่อเกิดการกระจัดเชิงมุม ϕ_1 และ ϕ_2 โดยที่ $\phi_1 > \phi_2$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (2 คะแนน) มีแรงอะไรกระทำต่อ pendulum แต่ละอันบ้าง

4.2 (6 คะแนน) จงเขียน equations of motions สำหรับ pendulum แต่ละอัน โดยอาศัย $\sum \tau = I\alpha$ ในเทอมของ ϕ_1 และ ϕ_2

4.3 (7 คะแนน) โดยอาศัย eigen value equation จงหา normal mode frequencies ของ coupled pendula นี้

5. ค่า relative permittivity ของ ionized gas เขียนได้เป็น

$$\epsilon_r = \frac{c^2}{v^2} = 1 - \left(\frac{\omega_e}{\omega} \right)^2$$

เมื่อ v คือ phase velocity c คือ อัตราเร็วของแสง และ ω_e คือ electron plasma frequency ซึ่งถือว่าเป็นค่าคงตัว

จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) จงเขียน dispersion relation และอธิบายความหมายของความสัมพันธ์ดังกล่าว

5.2 (3 คะแนน) จงหา group velocity ของ electromagnetic waves ใน ionized gas ในเทอมของ c , ω และ k

5.3 (4 คะแนน) ในกรณีที่ $\omega \gg \omega_e$ เกิดอะไรขึ้นกับปรากฏการณ์ dispersion ของ ionized gas ให้ตอบคำถามพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

5.4 (4 คะแนน) จงแสดงให้เห็นว่าในกรณีที่ $\omega < \omega_e$ จะพบว่า travelling ที่เคลื่อนที่เข้าไปใน ionized gas มี amplitude ลดลง

กำหนดให้ wave function ของ travelling wave ในแนวแกน z เขียนได้เป็น $e^{i(kz - \omega t)}$

5.5 (4 คะแนน) ถ้ากำหนดให้ $\omega_e^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$ จงแสดงให้เห็นว่าความยาวคลื่นสูงสุดที่สามารถส่งเข้าไปใน ionized gas โดยไม่เกิดการลดทอน ต้องเป็น electromagnetic waves ในย่านที่ต่ำกว่า microwave

กำหนดค่าคงตัวต่าง ๆ ดังนี้ $n_e \sim 10^{20}$, $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

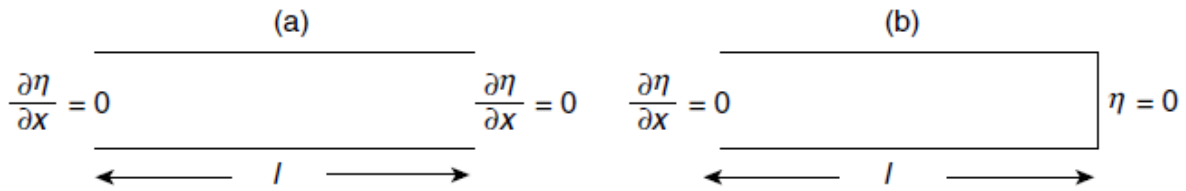
6. เชือกยาวเส้นหนึ่งมีมวลต่อความยาวเท่ากับ 0.2 kg m^{-1} ถูกขึงตึงด้วยแรงดึงขนาด 500 N จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (2 คะแนน) จงหาอัตราเร็วของ transverse wave บนเส้นเชือก

6.2 (4 คะแนน) จงหาค่ากำลังเฉลี่ย (mean power) ที่ต้องใช้ในการทำให้เกิด travelling wave ที่มี amplitude 10 mm และความยาวคลื่น 0.5 m บนเชือกเส้นนี้ได้

6.3 (4 คะแนน) ถ้าผูกเชือกเส้นนี้กับเชือกอีกเส้นหนึ่งที่มีมวลต่อความยาวเป็น 0.8 kg m^{-1} จะมี power ก็เปอร์เซ็นต์ที่สามารถส่งผ่านไปยังเชือกเส้นที่สองได้ พร้อมทั้งเปรียบเทียบเฟสระหว่างคลื่นสะท้อนและคลื่นส่งผ่านกับคลื่นตกกระทบที่เกิดขึ้น

7. สมการทั่วไปสำหรับ standing acoustic waves ของ particle displacement เขียนได้เป็น $\eta = (A \cos kx + B \sin kx) \sin \omega t$ โดยอาศัย boundary conditions สำหรับ (a) ท่อปลายเปิดสองข้าง และ (b) ท่อปลายเปิดหนึ่งข้างตามรูปข้างล่าง



7.1 (6 คะแนน) จงหา standing acoustic waves ในรูปแบบเฉพาะสำหรับแต่ละกรณี

7.2 (4 คะแนน) วาดรูปแสดง standing acoustic waves ของ particle displacement สำหรับ 2 harmonics แรก ในแต่ละกรณี